

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Tambahan  
Sidang 1989/90

Jun 1990

EUM 201 - Matematik Kejuruteraan III

Masa : [3 jam]

---

ARAHAN KEPADA CALON:

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi 6 muka surat bercetak dan EMPAT (4) soalan sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab SEMUA soalan

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sut sebelah kanan sebagai peratusan daripada markah keseluruhan yang diperuntukkan bagi soalan berkenaan.

Jawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia.

Mesinkira boleh digunakan.

1. (a) Dengan mengguna koordinate segilempat tepat, buktikan bahawa

(i)  $\nabla \cdot \nabla \times \underline{u} = 0$ ,  $\underline{u} = \underline{u}(x, y, z)$  ialah fungsi vektor.

(ii)  $\nabla \times \nabla \phi = 0$ ,  $\phi = \phi(x, y, z)$  ialah fungsi skalar

(iii)  $\nabla \cdot (\underline{u} \times \underline{v}) = \nabla \times \underline{u} \cdot \underline{v} - \underline{u} \cdot \nabla \times \underline{v}$ ,  $\underline{u} = \underline{u}(x, y, z)$  dan  $\underline{v} = \underline{v}(x, y, z)$  ialah fungsi vektor.

(30%)

(b) Bagi setiap fungsi vektor  $\underline{u} = \underline{u}(x, y, z)$  yang diberi di bawah, cari fungsi skalar  $\phi = \phi(x, y, z)$  (jika wujud) yang mana  $\underline{u} = \nabla \phi$ :-

(i)  $\underline{u} = \exp(x) \sin(y) \underline{i} + \exp(x) \cos(y) \underline{j}$ .

(ii)  $\underline{u} = 2xz \underline{i} + y^2 \underline{j} + x^2 \underline{k}$ .

(20%)

(c) Cari persamaan bagi satah tangen kepada permukaan  $xy^2 - zx = 3 - y^2$  di titik  $(1, -1, -1)$ .

(10%)

(d) Suhu di dalam suatu ruang 3-dimensi adalah diberi oleh fungsi  $T = x^3 + 4xyz + 5xz - 6z^2$ . Di titik  $(2, 1, 4)$ , jawab soalan berikut:-

(i) Apakah nilai kadar perubahan suhu di arah  $\underline{i} - 2\underline{j} + 2\underline{k}$ ?

(ii) Menuju arah manakah kadar perubahan suhu adalah kosong? (Beri suatu vektor unit yang umum sebagai jawapan.)

(20%)

...3/-

- (e) Fungsi  $\phi = f(x + py)$  ialah penyelesaian bagi persamaan pembezaan separa

$$2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0$$

Cari semua nilai yang pemalar  $p$  boleh ambil.

(20%)

2. (a) Guna teorem Gauss iaitu

$$\iiint_V \nabla \cdot \underline{u} \, dv = \iint_S \underline{u} \cdot \underline{n} \, ds$$

untuk mendapat teorem Green iaitu

$$\iiint_V [f \nabla^2 g - g \nabla^2 f] \, dv = \iint_S \left[ f \frac{\partial g}{\partial n} - g \frac{\partial f}{\partial n} \right] ds.$$

(Petunjuk : Biar  $\underline{u} = \nabla f$ ).

(40%)

- (b) Guna teorem Gauss untuk menilaikan kamiran  $\iint_S \underline{u} \cdot \underline{n} \, ds$  jikalau diberi

$\underline{u} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$  dan  $S$  ialah permukaan  
sfer  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ .

(20%)

- (c) Jikalau fungsi  $\phi = \phi(x, y)$  menyelesaikan persamaan Laplace iaitu

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \text{dalam ruang } V$$

guna teorem Green untuk mendapat nilai

$$\iint_S \frac{\partial \phi}{\partial n} ds.$$

(20%)

- (d) Teorem Stokes menyatakan bahawa

$$\int_C \underline{u} \cdot d\underline{\ell} = \iint_S \left( \underline{\nabla} \times \underline{u} \right) \cdot \underline{n} ds.$$

Guna teorem ini untuk menilai  $\int_C \underline{u} \cdot d\underline{\ell}$  jikalau diberi:-

- (i)  $\underline{u} = 2y^2 \underline{i} + yx^2 \underline{j}$ ,  $C$  ialah lintasan arah jam di sekelilingi suatu tiga segi ABC yang mana A ialah (0, 0), B(2, 0) dan C(2, 4).
- (ii)  $\underline{u} = y \underline{i} + x \underline{j} + z \underline{k}$ ,  $C$  ialah lintasan lawan arah jam di sekelilingi suatu bulatan yang mempunyai jejari  $r$ .

(20%)

3. Dalam soalan ini,  $i = \sqrt{-1}$  dan  $z = x + iy$ .

- (a) Cari nilai prinsipal bagi  $\ln(3 - 2i)$ . Kemudian, guna keputusan anda untuk mendapat nilai prinsipal bagi  $(3 - 2i)^{3-2i}$ .

(20%)

(b) Fungsi  $X(z) = (z^2 - 1)^{-1/2}$  boleh ditulis semula dalam bentuk

$$X(z) = (|z - 1||z + 1|)^{-1/2} \exp\left(-\frac{i}{2}(\theta_1 + \theta_2)\right),$$

yang mana  $\theta_1 = \arg(z - 1)$  dan  $\theta_2 = \arg(z + 1)$ . Jikalau  $0 \leq \theta_1 < 2\pi$  dan  $0 \leq \theta_2 < 2\pi$ , jawab soalan berikut:-

(i) Cari nilai had  $X(iy)$  dan had  $X(iy)$ .  
 $y \rightarrow 0^+$   $y \rightarrow 0^-$

(10%)

(ii) Tunjuk bahawa had  $(X(z) - X(\bar{z})) = 0$  bagi  $|x| > 1$ .  
 $y \rightarrow 0^+$

(20%)

(iii) Buktikan bahawa

$$\text{had } zX(z) = 1.$$

$$|z| \rightarrow \infty$$

(20%)

(c) Tunjukkan bahawa  $\tanh^{-1}(z) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$ .  
 Kemudian, cari  $\frac{d}{dz}(\tanh^{-1}(z))$ .

(30%)

4. Dalam soal-an ini,  $i = \sqrt{-1}$  dan  $z = x + iy$ .

(a) Nilai-an setiap kamiran berikut:-

(i)  $\int_{1-i}^{1+i} (z^2 + 2z + 3) dz.$

(10%)

(ii)  $\int_0^{3+2i} z^2 \exp(z) dz.$

(10%)

(b) Cari nilai  $\oint_C f(z) dz$  jikalau diberi:-

(i)  $f(z) = \left(z - \frac{\pi}{2}\right)^{-1} \sin(z)$  dan C ialah lintasan lawan arah jam di sekelilingi  $\left|z - \frac{\pi}{2}\right| = a$ , yang mana  $a > 0$  ialah nombor nyata.

(10%)

(ii)  $f(z) = (z^2 + 1)(z^2 - 1)^{-1}(z + 1)^{-1}(2 - z)^{-1}$  dan C ialah lintasan lawan arah jam di sekelilingi bulatan  $|z| = 3/2$ .

(20%)

(c) Nilai-an setiap kamiran berikut:-

(i)  $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(2 + \sin \theta)^2}$  (Petunjuk:  $\exp(i\theta) = \cos \theta + i \sin \theta$ .)

(20%)

(ii)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin(x) dx}{1 + x^2}.$

(30%)